



УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ФМИТА

от «16» 06 2020 г., протокол № 5/20

Председатель /Волков М.А.  
подпись, расшифровка подпись

«16» 06 2020 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина	Комбинаторика
Факультет	Математики, информационных и авиационных технологий
Кафедра	Прикладной математики
Курс	3

Направление (специальность): 10.05.01 «Компьютерная безопасность»

Направленность (профиль/специализация): «Математические методы защиты информации»

Форма обучения: очная

Дата введения в учебный процесс УлГУ: « 01 » сентября 2020 г

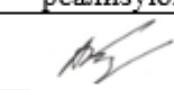
Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

Сведения о разработчиках:

ФИО	Кафедра	Должность, ученая степень, звание
Верёвкин А.Б.	ПМ	доцент, к.ф.-м.н., доцент

СОГЛАСОВАНО	СОГЛАСОВАНО
Заведующий кафедрой прикладной математики, реализующей дисциплину	Заведующий выпускающей кафедры Информационной безопасности и теории управления
 Подпись / <u>Бутов А.А.</u> / ФИО « <u>16</u> » <u>июня</u> 2020 г.	 / <u>Андреев А.С.</u> / ФИО « <u>16</u> » <u>июня</u> 2020 г.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

## **1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ:**

**Цели освоения дисциплины:** освоение основ и методов комбинаторики; овладение углубленными знаниями по комбинаторике; развитие навыков решения комбинаторных задач; формирование уровня математической культуры, достаточного для понимания и усвоения последующих курсов, базирующихся на данной дисциплине; привитие навыков исследовательской работы.

**Задачи освоения дисциплины:** изучение базовых понятий комбинаторики; изучение основных определений и теорем о перечислении и исчислении специальных множеств; формирование фундаментальных знаний об основах современной комбинаторики; приобретение навыков и умений по решению основных комбинаторных задач; изучение приложений комбинаторики в решении прикладных задач.

## **2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП:**

Дисциплина «Комбинаторика» (Б1.В.ДВ.3.2) относится к Дисциплинам по выбору Вариативной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» Основной Профессиональной Образовательной Программы по направлению подготовки – 10.05.01 Компьютерная безопасность (специалитет). Данная дисциплина базируется на входных знаниях, умениях, навыках и компетенциях студента, полученных им в школе и на предыдущих курсах обучения. Результаты освоения дисциплины будут необходимы для дальнейшего процесса обучения в рамках поэтапного формирования компетенций при изучении последующих дисциплин – «Теория вероятностей и математическая статистика», «Теория случайных процессов», «Теоретико-числовые методы в криптографии», «Математические модели информационных систем», «Теория информации», «Криптографические методы защиты информации», «Теория вычислительной сложности», «Теория псевдослучайных генераторов», «Модели безопасности компьютерных систем», «Методы алгебраической геометрии в криптографии», «Численные методы», а также для прохождения государственной итоговой аттестации.

## **3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОСНОВНОЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ**

Код и наименование реализуемой компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций
ОК-3 – способностью анализировать основные этапы и закономерности исторического развития России, её место и роль в современном мире для формирования гражданской позиции и развития патриотизма	Знать: понятия множества, мульти множества, последовательности, графа, разбиения, размещения, сочетания, рекурсии; бином Ньютона; биномиальные коэффициенты; теорию линейных рекуррентных последовательностей; числа Люка, Фибоначчи, Стирлинга, Каталана, Бернулли и Эйлера; многочлены Лагранжа, Гаусса, Бернштейна; производящие функции Гильберта, Гурвица, Эйлера и Ламберта. Уметь: решать комбинаторные задачи; применять метод включения-исключения; разлагать числа по различным основаниям; строить и применять матрицу инцидентности графа; использовать линейные рекуррентные соотношения; применять специальные многочлены и производящие функции. Владеть: навыками решения комбинаторных задач и применения их к задачам иных дисциплин.
ОПК-5 – способностью использовать нормативные правовые акты в своей профессиональной деятельности	Знать: основные понятия и методы геометрии, алгебры, арифметики, математической логики, математического

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет Ф-Рабочая программа дисциплины	Форма	
--	-------	--

нальной деятельности.	анализа, дискретной математики, теории алгоритмов, теории вероятностей, математической статистики, теории информации и кодирования. Уметь: использовать методы геометрии, алгебры, арифметики, математической логики, математического анализа, теории алгоритмов, дискретной математики, теории информации, теории вероятностей и математической статистики для решения теоретических и прикладных задач. Владеть: методами решения теоретических и прикладных задач.
ПК-1 способностью осуществлять подбор, изучение и обобщение научно-технической информации, нормативных, правовых и методических материалов, отечественного и зарубежного опыта по проблемам компьютерной безопасности	Знать: эффективные математические модели информационных и физических процессов. Уметь: использовать стандартные модели в профессиональной работе и адаптировать их к конкретным условиям. Владеть: методами моделирования информационных и физических процессов.
ПК-9 способностью участвовать в проведении экспериментально-исследовательских работ при аттестации объектов с учетом требований к уровню защищенности компьютерной системы	Знать: эффективные математические модели информационных и физических процессов. Уметь: использовать стандартные модели в профессиональной работе и адаптировать их к конкретным условиям. Владеть: методами моделирования информационных и физических процессов.

## 4. ОБЩАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ ДИСЦИПЛИНЫ

**4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах (всего) 3 зачетные единицы.**

**4.2. Объем дисциплины по видам учебной работы (в часах) 108 часов.**

<b>Вид учебной работы</b>	<b>Количество часов (форма обучения очная)</b>	
	<b>Всего по Плану</b>	<b>В т.ч. по семестрам</b>
1	2	3
Контактная работа обучающихся с преподавателем	54	54
Аудиторные занятия:	54	54
Лекции	36	36
Практические и семинарские занятия	18	18
Лабораторные работы (лабораторный практикум)	-	-
Самостоятельная работа	54	54
Текущий контроль (количество и вид: контр. работа, коллоквиум, реферат)		устный опрос, проверка решения задач
Курсовая работа	-	-
Виды промежуточной ат-	-	зачет

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

тестации (экзамен, зачет)		
Всего часов по дисциплине	108	108

В случае необходимости использования в учебном процессе частично/исключительно дистанционных образовательных технологий в таблице через слеш указывается количество часов работы ППС с обучающимися для проведения занятий в дистанционном формате с применением электронного обучения

**4.3. Содержание дисциплины (модуля). Распределение часов по темам и видам учебной работы:**

Форма обучения: очная.

Название разделов и тем	Всего	Виды учебных занятий					Форма текущего контроля знаний	
		Аудиторные занятия			Занятия в интерактивной форме	Самостоятельная работа		
		Лекции	Практические занятия, семинары	Лабораторные работы, практикумы				
1	2	3	4	5	6	7	8	
<i>Раздел 1. Комбинаторные понятия и методы</i>								
1. Целочисленные функции	12	4	2	–		6	устный опрос, проверка решения задач	
2. Перестановки, выборки и размещения	12	4	2	–		6	устный опрос, проверка решения задач	
3. Комбинаторные задачи арифметики и анализа	12	4	2	–		6	устный опрос, проверка решения задач	
4. Производящие функции	12	4	2	–		6	устный опрос, проверка решения задач	
5. Разложения по степенному основанию	12	4	2	–		6	устный опрос, проверка решения задач	
6. Рекуррентные соотношения	6	2	1	–		3	устный опрос, проверка решения задач	
<i>Раздел 2. Специальные числа</i>								
7. Числа	6	2	1	–		3	устный	

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Р-Рабочая программа дисциплины		

Фибоначчи							опрос, проверка решения задач
8. Биномиальные коэффициенты и их обобщения	6	2	1	–		3	устный опрос, проверка решения задач
9. Числа Каталана	6	2	1	–		3	устный опрос, проверка решения задач
10. Числа Бернулли и Стирлинга	6	2	1	–		3	устный опрос, проверка решения задач
<i>Раздел 3. Комбинаторные теории</i>							
11. Разбиения и симметрические функции	6	2	1	–		3	устный опрос, проверка решения задач
12. Теория инвариантов	6	2	1	–		3	устный опрос, проверка решения задач
13. Теория графов	6	2	1	–		3	устный опрос, проверка решения задач
Итого	108	36	18	–		54	

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### Раздел 1. Комбинаторные понятия и методы

#### Тема 1. Целочисленные функции.

Принцип индукции для натуральных чисел. Принципы полноты вещественных чисел. Функции «пол», «потолок», «дробная часть» и их свойства. Функция Мёбиуса и формулы обращения Мёбиуса. Комбинаторные применения факториалов. Формула Стирлинга.

#### Тема 2. Перестановки, выборки и размещения.

Перестановки множества, их циклическое и транспозиционное представление. Алгоритмы генерирования перестановок. Системы Симса. Выборки и упорядочения. Распределения и заполнения. Сочетания с повторениями.

#### Тема 3. Комбинаторные задачи арифметики и анализа.

Перечисление элементов множества, правила суммы и произведения. Принцип включения-исключения в терминах множеств и функций. Задачи о размене и взвешивании. Алгоритм Евклида и его обобщения. НОД и НОК. Задачи на сочетание периодов. Решение линейного диофантового уравнения. Конечные разности и вычисление конечных сумм. Формула суммирования Эйлера. Формальные функциональные ряды и произведения. Различные типы последовательностей.

#### Тема 4. Производящие функции.

Общее понятие производящей функции. Производящие функции Дирихле, Гильберта,

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

Гурвица, Эйлера, Ламберта и Вейля. Теорема Вандермонда. «Теневое» исчисление. Коэффициентные методы исчисления комбинаторных сумм.

#### **Тема 5. Разложения по степенному основанию.**

Двоичное разложение натуральных и вещественных чисел. Двоичный вес натуральных чисел. Разложение натуральных чисел по степеням двойки с повторениями. k-ичное разложение натуральных чисел и k-ичный вес.

#### **Тема 6. Рекуррентные соотношения.**

Рекуррентные последовательности и их производящие функции. Связь рекуррентных последовательностей с квазимногочленами. Линейная и мультипликативная замкнутость рекуррентных последовательностей.

#### **Раздел 2. Специальные числа**

#### **Тема 7. Числа Фибоначчи.**

Числа Фибоначчи и их производящая функция. Формула Бине для чисел Фибоначчи, их асимптотика. Теорема Цаккендорфа и фибоначчиева система исчисления.

#### **Тема 8. Биномиальные коэффициенты и их обобщения.**

Бином Ньютона и биномиальные коэффициенты. Треугольник Паскаля. Целозначные полиномы. Мультиномиальные коэффициенты. Неполные биномиальные суммы и многочлены Бернштейна. Гауссовые многочлены. Треугольник Паскаля для Гауссовых многочленов. Перечисление подпространств пространства над конечным полем. Два q-бинома Ньютона. Перестановки мультимножеств. q-Мультиномиальный коэффициент и перечисление перестановок мультимножества. Перечисление беспорядков. Число и q-полином перестановок с заданным множеством спуска.

#### **Тема 9. Числа Каталана.**

Триангуляция выпуклых многоугольников и числа Каталана. Расстановка скобок и другие интерпретации чисел Каталана.

#### **Тема 10. Числа Бернулли и Стирлинга.**

Суммирование последовательных степеней. Числа Бернулли и Эйлера. Числа Стирлинга первого и второго рода. Связь между числами Стирлинга. Комбинаторные соотношения и производящие функции для чисел Стирлинга.

#### **Раздел 3. Комбинаторные теории**

#### **Тема 11. Разбиения и симметрические функции.**

Разбиения натуральных чисел, диаграммы и производящие функции. Симметрические функции и многочлены, их производящие функции. Теорема Гильберта и Нёттер о симметрических функциях. Разбиения на разные части. Пентагональная лемма Эйлера и тождество Якоби. Перечисление разбиений, содержащихся в прямоугольнике. Перестановки с ограничением на расположение. Ладейные многочлены.

#### **Тема 12. Теория инвариантов.**

Действие групп на множествах и пространствах. Орбиты и инварианты. Цикловый индекс. Формула Бернсаайда и лемма Пойа. Оператор Рейнольдса. Перечисление алгебраических инвариантов. Формулы Молина, Форманека и их обобщения.

#### **Тема 13. Теория графов и гиперграфов.**

Матрица инцидентности ориентированного графа. Перечисление путей в ориентированных и неориентированных графах. Нахождение кратчайших путей в графе. Перечисление графов и деревьев. Теорема Кэли о помеченных деревьях. Перечисление конечных слов с конечным числом обструкций. Понятие гиперграфа. Теорема Холла о системах различных представителей множеств. Теорема Рамсея.

## **6. ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ И СЕМИНАРСКИХ ЗАНЯТИЙ**

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет Ф-Рабочая программа дисциплины	Форма	
--	-------	---

## Раздел 1. Комбинаторные понятия и методы

**Тема 1.** Целочисленные функции (семинар).

**Тема 2.** Перестановки, выборки и размещения (семинар).

**Тема 3.** Комбинаторные задачи арифметики и анализа (семинар).

**Тема 4.** Производящие функции (семинар).

**Тема 5.** Разложения по степенному основанию (семинар).

**Тема 6.** Рекуррентные соотношения (семинар).

**Вопросы по темам раздела** (для обсуждения на занятии и самостоятельного изучения).

1. Принцип индукции для натуральных чисел.
2. Функции «пол», «потолок», «дробная часть» и их свойства.
3. Функция Мёбиуса и формулы обращения Мёбиуса.
4. Комбинаторные применения факториалов.
5. Формула Стирлинга.
6. Перестановки множества, их циклическое и транспозиционное представление.
7. Алгоритмы генерирования перестановок.
8. Выборки и упорядочения. Распределения и заполнения. Сочетания с повторениями.
9. Перечисление элементов множества, правила суммы и произведения.
10. Принцип включения-исключения в терминах множеств и функций.
11. Задачи о размене и взвешивании.
12. Алгоритм Евклида и его обобщения. НОД и НОК.
13. Задачи на сочетание периодов.
14. Решение линейного диофантового уравнения.
15. Конечные разности и вычисление конечных сумм.
16. Формула суммирования Эйлера.
17. Различные типы последовательностей.
18. Производящие функции Дирихле, Гильберта, Гурвица, Эйлера, Ламберта и Вейля. «Геневое» исчисление.
19. Коэффициентные методы исчисления комбинаторных сумм.
20. Двоичное разложение натуральных и вещественных чисел.
21. Двоичный вес натуральных чисел.
22. Разложение натуральных чисел по степеням двойки с повторениями.
23. k-ичное разложение натуральных чисел и k-ичный вес.
24. Рекуррентные последовательности и их производящие функции.
25. Связь рекуррентных последовательностей с квазимногочленами.
26. Линейная и мультиплексивная замкнутость рекуррентных последовательностей.

## Раздел 2. Специальные числа

**Тема 7.** Числа Фибоначчи (семинар).

**Тема 8.** Биномиальные коэффициенты и их обобщения (семинар).

**Тема 9.** Числа Каталана (семинар).

**Тема 10.** Числа Бернулли и Стирлинга (семинар).

**Вопросы по темам раздела** (для обсуждения на занятии и для самостоятельного изучения).

27. Числа Фибоначчи и их производящая функция.

28. Формула Бине для чисел Фибоначчи, их асимптотика.

29. Теорема Цаккендорфа и фибоначиева система исчисления.

30. Бином Ньютона и биномиальные коэффициенты.

31. Треугольник Паскаля.

32. Целозначные полиномы.

33. Мультиномиальные коэффициенты.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет Ф-Рабочая программа дисциплины	Форма	
--	-------	---

- 34. Неполные биномиальные суммы и многочлены Бернштейна.
- 35. Гауссовые многочлены.
- 36. Треугольник Паскаля для Гауссовых многочленов.
- 37. Перечисление подпространств пространства над конечным полем.
- 38. Два q-бинома Ньютона.
- 39. Перестановки мульти множеств.
- 40. q-Мультиномиальный коэффициент и перечисление перестановок мульти множества.
- 41. Перечисление беспорядков.
- 42. Число и q-полином перестановок с заданным множеством спуска.
- 43. Триангуляция выпуклых многоугольников и числа Каталана.
- 44. Расстановка скобок и другие интерпретации чисел Каталана.
- 45. Суммирование последовательных степеней.
- 46. Числа Бернулли и Эйлера.
- 47. Числа Стирлинга первого и второго рода.
- 48. Связь между числами Стирлинга.
- 49. Комбинаторные соотношения и производящие функции для чисел Стирлинга.

**Раздел 3. Комбинаторные теории**

**Тема 11.** Разбиения и симметрические функции (семинар).

**Тема 12.** Теория инвариантов (семинар).

**Тема 13.** Теория графов и гиперграфов (семинар).

**Вопросы по темам раздела** (для обсуждения на занятии и для самостоятельного изучения).

- 50. Разбиения натуральных чисел, диаграммы и производящие функции.
- 51. Симметрические функции и многочлены, их производящие функции.
- 52. Теорема Гильберта и Нётер о симметрических функциях.
- 53. Разбиения на разные части.
- 54. Перечисление разбиений, содержащихся в прямоугольнике.
- 55. Перестановки с ограничением на расположение.
- 56. Ладейные многочлены.
- 57. Действие групп на множествах и пространствах.
- 58. Орбиты и инварианты.
- 59. Цикловый индекс.
- 60. Формула Бернсайда и лемма Пойа.
- 61. Оператор Рейнольдса.
- 62. Перечисление алгебраических инвариантов.
- 63. Формулы Молина, Форманека и их обобщения.
- 64. Матрица инцидентности ориентированного графа.
- 65. Перечисление путей в ориентированных и неориентированных графах.
- 66. Нахождение кратчайших путей в графе.
- 67. Перечисление графов и деревьев.
- 68. Теорема Кэли о помеченных деревьях.
- 69. Перечисление конечных слов с конечным числом обструкций.
- 70. Понятие гиперграфа.
- 71. Теорема Холла о системах различных представителей множеств.
- 72. Теорема Рамсея.

## **7. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ, ПРАКТИКУМЫ**

Данный вид работы не предусмотрен УП.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет Ф-Рабочая программа дисциплины	Форма	
--	-------	---

## **8. ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ, КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ, РЕФЕРАТОВ**

Выполнение курсовых, контрольных работ и рефератов не предусмотрено учебным планом.

*Примерная тематика самостоятельных работ по дисциплине «Комбинаторика»:*

1. Нахождение комбинаторных формул методом полной индукции.
2. Производящие функции и их применение.
3. Нахождение рекуррентных соотношений.
4. Асимптотика чисел Фибоначчи.
5. Бином Ньютона.
6. Суммирование степеней и полиномов.
7. Применение симметрических функций.
8. Вычисление инвариантов действий групп.
9. Перечисление путей в графах.
10. Перечисление конечных слов с обструкциями.

## **9. ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ К ЗАЧЕТУ**

1. Принцип индукции для натуральных чисел.
2. Принципы полноты вещественных чисел.
3. Определение функций «пол», «потолок», «дробная часть» и их свойства.
4. Функция Мёбиуса и формулы обращения Мёбиуса.
5. Перестановки множества, их циклическое и транспозиционное представление.
6. Алгоритмы генерирования перестановок. Системы Симса.
7. Задачи о размене и взвешивании.
8. Алгоритм Евклида и его обобщения. НОД и НОК.
9. Задачи на сочетание периодов.
10. Решение линейного диофантового уравнения.
11. Формальные функциональные ряды и произведения, их свойства.
12. Типы последовательностей. Общее понятие производящей функции.
13. Производящие функции Дирихле, Гильберта, Гурвица, Эйлера, Ламберта и Вейля.
14. Теорема Вандермонда. Начала «теневого» исчисления.
15. Коэффициентные методы исчисления комбинаторных сумм.
16. Двоичное разложение натуральных и вещественных чисел.
17. Двоичный вес натуральных чисел.
18. Разложение натуральных чисел по степеням двойки с повторениями.
19. k-ичное разложение натуральных чисел и k-ичный вес.
20. Числа Фибоначчи и их производящая функция.
21. Формула Бине для чисел Фибоначчи, их асимптотика.
22. Теорема Цаккендорфа и фибоначчиева система исчисления.
23. Рекуррентные последовательности и их производящие функции.
24. Связь рекуррентных последовательностей с квазимногочленами.
25. Линейная и мультиплективная замкнутость рекуррентных последовательностей.
26. Факториалы - их свойства и комбинаторные применения. Формула Стирлинга.
27. Бином Ньютона и биномиальные коэффициенты. Треугольник Паскаля.
28. Целозначные полиномы.
29. Мультиномиальные коэффициенты и их свойства.
30. Перечисление элементов множества, правила суммы и произведения.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

31. Выборки и упорядочения. Распределения и заполнения. Сочетания с повторениями.
32. Неполные биномиальные суммы и многочлены Бернштейна.
33. Конечные разности и вычисление конечных сумм.
34. Формула суммирования Эйлера.
35. Гауссовые многочлены. Треугольник Паскаля для Гауссовых многочленов.
36. Перечисление подпространств пространства над конечным полем.
37. Два q-бинома Ньютона.
38. Перестановки мульти множеств. q-Мультиномиальный коэффициент и перечисление перестановок мульти множества.
39. Принцип включения-исключения в терминах множеств и функций.
40. Перечисление беспорядков.
41. Число и q-полином перестановок с заданным множеством спуска.
42. Триангуляция выпуклых многоугольников и числа Каталана.
43. Расстановка скобок и другие интерпретации чисел Каталана.
44. Числа Стирлинга первого и второго рода. Связь между числами Стирлинга.
45. Комбинаторные соотношения и производящие функции для чисел Стирлинга.
46. Суммирование последовательных степеней. Числа Бернулли и Эйлера.
47. Разбиения натуральных чисел, их производящие функции и диаграммы Юнга.
48. Симметрические функции и многочлены, их производящие функции.
49. Теорема Гильберта и Нётер о симметрических функциях.
50. Разбиения на разные части.
51. Пентагональная лемма Эйлера и тождество Якobi.
52. Перечисление разбиений, содержащихся в прямоугольнике.
53. Перестановки с ограничением на расположение. Ладейные многочлены.
54. Действие групп на множествах и пространствах. Орбиты и инварианты.
55. Цикловой индекс. Формула Бернсайда и лемма Пойа.
56. Оператор Рейнольдса. Перечисление алгебраических инвариантов.
57. Формулы Молина, Форманека и их обобщения.
58. Матрица инцидентности ориентированного графа.
59. Перечисление путей в ориентированных и неориентированных графах.
60. Нахождение кратчайших путей в графе.
61. Перечисление графов и деревьев.
62. Теорема Кэли о помеченных деревьях.
63. Перечисление конечных слов с конечным числом обструкций.
64. Теорема Холла о системах различных представителей множеств.
65. Теорема Рамсея.

## 10. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ОБУЧАЮЩИХСЯ

Форма обучения: очная.

Название разделов и тем	Вид самостоятельной работы ( <i>проработка учебного материала, решение задач, реферат, доклад, контрольная работа, подготовка к сдаче зачета, экзамена и др.</i> )	Объем в часах	Форма контроля ( <i>проверка решения задач, реферата и др.</i> )
<i>Раздел 1. Комбинаторные понятия и методы</i>			
1. Целочисленные функции	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче зачета	6	устный опрос, проверка решения задач

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

2. Перестановки, выборки и размещения	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче зачета	6	устный опрос, проверка решения задач
3. Комбинаторные задачи арифметики и анализа	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче зачета	6	устный опрос, проверка решения задач
4. Производящие функции	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче зачета	6	устный опрос, проверка решения задач
5. Разложения по степенному основанию	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче зачета	6	устный опрос, проверка решения задач
6. Рекуррентные соотношения	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче зачета	3	устный опрос, проверка решения задач
<i>Раздел 2. Специальные числа</i>			
7. Числа Фибоначчи	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче зачета	3	устный опрос, проверка решения задач
8. Биномиальные коэффициенты и их обобщения	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче зачета	3	устный опрос, проверка решения задач
9. Числа Каталана	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче зачета	3	устный опрос, проверка решения задач
10. Числа Бернулли и Стирлинга	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче зачета	3	устный опрос, проверка решения задач
<i>Раздел 3. Комбинаторные теории</i>			
11. Разбиения и симметрические функции	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче зачета	3	устный опрос, проверка решения задач
12. Теория инвариантов	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к сдаче зачета	3	устный опрос, проверка решения задач
13. Теория графов и гиперграфов	Проработка учебного материала, решение задач, подготовка к контрольной работе, подготовка к сдаче зачета	3	устный опрос, проверка решения задач

## 11. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### a) Список рекомендуемой литературы

#### основная

1. Власов Николай Анатольевич Некоторые задачи комбинаторики.: учеб. пособие / Н.А. Власов. - Ульяновск: УлГУ, 2002. - 45 с.
2. Вечтомов, Е. М. Математика: логика, множества, комбинаторика: учебное пособие для бакалавриата и специалитета / Е. М. Вечтомов, Д. В. Широков. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 243 с. — (Бакалавр и специалист). — ISBN 978-5-534-

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

06612-8. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/441204>

#### **дополнительная**

3. Гашков, С. Б. Дискретная математика: учебник и практикум для вузов / С. Б. Гашков, А. Б. Фролов. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 483 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-11613-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/445753>
4. Судоплатов, С. В. Дискретная математика : учебник и практикум для академического бакалавриата / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. — 5-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 279 с. — (Университеты России). — ISBN 978-5-534-00871-5. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/432016>
5. Гисин, В. Б. Дискретная математика : учебник и практикум для академического бакалавриата / В. Б. Гисин. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 383 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00228-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/432144>

#### **учебно-методическая**

6. Верёвкин А.Б. Комбинаторика [Электронный ресурс] : учебное пособие для студентов специальности "Математика", Фундаментальная и прикладная алгебра", "Компьютерная безопасность" / Веревкин Андрей Борисович; УлГУ. - Электрон. текстовые дан. (1 файл : 1,18 МБ). - Ульяновск : Качалин Александр Васильевич, 2018. — URL: [http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Download/MObject/1301/Verevkin\\_Combinatorics\\_2018.pdf](http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Download/MObject/1301/Verevkin_Combinatorics_2018.pdf)
7. Кемер, А.Р. Числовые и функциональные ряды : учебно-методическое пособие для информ. специальностей / А.Р. Кемер. — Ульяновск : УлГУ, 2007. — 63 с. — URL: <ftp://10.2.5.225/FullText/Text/kemer.pdf>
8. Михеева Елизавета Алексеевна Дискретная математика : учебно-метод. пособие для 1 и 2 курсов фак. математики и информ. технологий / Михеева Елизавета Алексеевна; УлГУ, Фак. математики и информ. технологий. - Ульяновск : УлГУ, 2008. - 39 с.
9. Штраус, Л.А. Пределы: методические указания для студентов факультета математики и информационных технологий и факультета управления / Л.А. Штраус, И.В. Баринова. — Ульяновск : УлГУ, 2012. – 32 с. – URL: <ftp://10.2.96.134/Text/Shtraus1.pdf>

Согласовано:

Г.В.Ильин

Должность сотрудника научной библиотеки

и.б УлГУ

ФИО

Послана и.со.и.ч

подпись

дата

#### **6) Программное обеспечение:** МойОфис Стандартный, Альт Рабочая станция 8.

##### **в) Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы**

- 1.1. IPRbooks : электронно-библиотечная система : сайт / группа компаний Ай Пи Ар Медиа. - Саратов, [2020]. – URL: <http://www.iprbookshop.ru>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. - Текст : электронный.
- 1.2. ЮРАЙТ : электронно-библиотечная система : сайт / ООО Электронное издательство ЮРАЙТ. – Москва, [2020]. - URL: <https://www.biblio-online.ru>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. - Текст : электронный.
- 1.3. Консультант студента : электронно-библиотечная система : сайт / ООО Политехресурс. – Москва, [2020]. – URL: [http://www.studentlibrary.ru/catalogue/switch\\_kit/x2019-128.html](http://www.studentlibrary.ru/catalogue/switch_kit/x2019-128.html). – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

1.4. Лань : электронно-библиотечная система : сайт / ООО ЭБС Лань. – Санкт-Петербург, [2020]. – URL: <https://e.lanbook.com>. – Режим доступа: для зарегистр. пользователей. – Текст : электронный.

1.5. **Znanium.com** : электронно-библиотечная система : сайт / ООО Знаниум. - Москва, [2020]. - URL: http://znanium.com. – Режим доступа : для зарегистр. пользователей. - Текст : электронный.

1.6. Clinical Collection : коллекция для медицинских университетов, клиник, медицинских библиотек // EBSCOhost : [портал]. – URL: http://web.a.ebscohost.com/ehost/search/advanced?vid=1&sid=e3ddfb99-a1a7-46dd-аеб-2185f3e0876a%40sessionmgr4008. – Режим доступа : для авториз. пользователей. – Текст : электронный.

**2. КонсультантПлюс** [Электронный ресурс]: справочная правовая система. /ООО «Консультант Плюс» - Электрон. дан. - Москва : КонсультантПлюс, [2020].

### 3. Базы данных периодических изданий:

3.1. База данных периодических изданий : электронные журналы / ООО ИВИС. - Москва, [2020]. – URL: https://dlib.eastview.com/browse/udb/12. – Режим доступа : для авториз. пользователей. – Текст : электронный.

3.2. eLIBRARY.RU: научная электронная библиотека : сайт / ООО Научная Электронная Библиотека. – Москва, [2020]. – URL: <http://elibrary.ru>. – Режим доступа : для авториз. пользователей. – Текст : электронный

3.3. «Grebennikon» : электронная библиотека / ИД Гребенников. – Москва, [2020]. – URL: <https://id2.action-media.ru/Personal/Products>. – Режим доступа : для авториз. пользователей. – Текст : электронный.

**4. Национальная электронная библиотека** : электронная библиотека : федеральная государственная информационная система : сайт / Министерство культуры РФ ; РГБ. – Москва, [2020]. – URL:<https://нэб.рф>. – Режим доступа : для пользователей научной библиотеки. – Текст : электронный.

**5. SMARTImagebase** // EBSCOhost : [портал]. – URL: <https://ebSCO.smartimagebase.com/?TOKEN=EBSCO-1a2ff8c55aa76d8229047223a7d6dc9c&custid=s6895741>. – Режим доступа : для авториз. пользователей. – Изображение : электронные.

### 6. Федеральные информационно-образовательные порталы:

6.1. Единое окно доступа к образовательным ресурсам : федеральный портал / учредитель ФГАОУ ДПО ЦРГОП и ИТ. – URL: <http://window.edu.ru>. – Текст : электронный.

6.2. Российское образование : федеральный портал / учредитель ФГАОУ ДПО ЦРГОП и ИТ. – URL: <http://www.edu.ru>. – Текст : электронный.

### 7. Образовательные ресурсы УлГУ:

7.1. Электронная библиотека УлГУ : модуль АБИС Мега-ПРО / ООО «Дата Экспресс». – URL: <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Web>. – Режим доступа : для пользователей научной библиотеки. – Текст : электронный.

7.2. Образовательный портал УлГУ. – URL: <http://edu.ulsu.ru>. – Режим доступа : для зарегистр. пользователей. – Текст : электронный.

Согласовано:

Зам.начальника УИТИТ

Должность сотрудника УИТИТ

/ Ключкова А.В.

ФИО

подпись

## 12. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ:

Аудитории для проведения лекций, семинарских занятий, для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации, групповых и индивидуальных консультаций.

Аудитории укомплектованы специализированной мебелью, учебной доской. Аудитории для проведения лекций оборудованы мультимедийным оборудованием для представления информации большой аудитории. Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде, электронно-

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа дисциплины		

библиотечной системе. Перечень оборудования, используемого в учебном процессе, указывается в соответствии со сведениями о материально-техническом обеспечении и оснащенности образовательного процесса, размещенными на официальном сайте УлГУ в разделе «Сведения об образовательной организации».

### **13. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

В случае необходимости, обучающимся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья (по заявлению обучающегося) могут предлагаться одни из следующих вариантов восприятия информации с учетом их индивидуальных психофизических особенностей:

- для лиц с нарушениями зрения: в печатной форме увеличенным шрифтом; в форме электронного документа; в форме аудиофайла (перевод учебных материалов в аудиоформат); в печатной форме на языке Брайля; индивидуальные консультации с привлечением тифлосурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации;
- для лиц с нарушениями слуха: в печатной форме; в форме электронного документа; видеоматериалы с субтитрами; индивидуальные консультации с привлечением сурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации;
- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме; в форме электронного документа; в форме аудиофайла; индивидуальные задания и консультации.

Разработчик

*A. Верёвкин*

подпись

доцент

должность

Верёвкин А.Б.

ФИО